Devoir à la maison n°8

Exercice 1

Soit $a \in \mathbb{R}^{+*}$. On considère une variable aléatoire U qui suit la loi uniforme sur]0;1].

On pose $Y = a\sqrt{-2\ln(U)}$.

1) Déterminer la loi de Y.

2) Montrer que Y est une variable à densité, et déterminer une densité de Y.

Exercice 2

Soit $\lambda > 0$. Soit X_1 et X_2 deux variables aléatoires indépendantes qui suivent la même loi exponentielle de paramètre λ.

On pose $Y = \min(X_1, X_2)$.

Montrer que Y suit une loi exponentielle dont on déterminera le paramètre.

Exercice 3

Soit a et b deux réels.

On se propose de déterminer s'il existe des fonctions f continues sur $\mathbb{R}$ et vérifiant l'égalité :

$$\forall x \in \mathbb{R}, f(x) = a + \int_0^x b.f(t)dt \quad (*)$$

1. On suppose dans cette question qu'une fonction f, continue sur $\mathbb{R}$, est solution de ce problème.

a) Déterminer f(0).

b) Justifier que f est de classe C^1 sur $\mathbb{R}$ et que l'on a :

$$\forall x \in \mathbb{R}, f'(x) = b.f(x)$$

c) En déduire l'expression de f.

2. Vérifier qu'effectivement la fonction trouvée à la question 1.c) est la seule solution du problème proposé en début d'exercice.