ECG2 : Devoir Surveillé n°1
Vendredi 06 Septembre 2024

Nom : Prénom :

Partie I

Qu 1 : Soit (S) un système de n équations à n inconnues. Que signifie que (S) est un système de Cramer ?

Qu 2 : Soit A et B $\in \mathcal{M}_p(\mathbb{R})$. *Formule du binôme de Newton, avec les conditions :*

Qu 3 : Soit $X_1, \ldots, X_p$ *des vecteurs de* $\mathcal{M}_{n,1}(\mathbb{R})$. *Soit* $Y \in \mathcal{M}_{n,1}(\mathbb{R})$.
Y est une combinaison linéaire de $X_1, \ldots, X_p$ *si :*

Qu 4 : Soit $A \in \mathcal{M}_n(\mathbb{R})$. *A est une matrice inversible si : (définition)*

Qu 5 : Donner la base canonique de $\mathcal{M}_{3,1}(\mathbb{R})$

Qu 6 : Soit f une application de $\mathcal{M}_{n,1}(\mathbb{R})$ *dans* $\mathcal{M}_{p,1}(\mathbb{R})$.
A quelles conditions f est-elle une application linéaire ?

Qu 7 : Soit f une application linéaire de $\mathcal{M}_{n,1}(\mathbb{R})$ *dans* $\mathcal{M}_{p,1}(\mathbb{R})$.
Soit $(e_1, \ldots, e_n)$ *une base de* $\mathcal{M}_{n,1}(\mathbb{R})$. *Exprimer Im(f) à l'aide de* $(e_1, \ldots, e_n)$.

Qu 8 : Soit G un graphe non orienté. Enoncer le lemme d'Euler

Partie II

Qu 9 : Ecrire la formule du triangle de Pascal et compléter le triangle de Pascal :

Formule (avec les conditions) :

Triangle de Pascal (calcul de $\binom{n}{k}$)

$n \setminus k$	0	1	2	3	4	5
1						
2						
3						
4						
5						

Qu 10 : Soit $A_1, \ldots, A_n$ des événements. Formule des probabilités composées :

Qu 11 : Soit A et B deux événements.

A et B sont indépendants si et seulement si :

Qu 12 : Soit $(A_1, \ldots, A_p)$ un système complet d'événements et B un événement. Enoncer la formule des probabilités totales :

Qu 13 : Soit A_1, A_2, A_3 3 événements quelconques.

$P(A_1 \cup A_2 \cup A_3) =$

Qu 14 : Soit X une variable aléatoire à valeurs dans $\mathbb{N}$. A quelle condition E(X) existe-t-elle ? Quelle est alors sa valeur ?

Qu 15 : Soit X une V.A.R. discrète qui admet une espérance et une variance. Soit a et b $\in \mathbb{R}$.
Espérance et variance de $Y = aX + b$?

Qu 16 : Soit X une V.A.R. discrète, qui admet une espérance et une variance. Formule de Huygens ?

Qu 17 : Compléter le tableau suivant :

Loi	$X(\Omega)$	$P(X = k)$	$E(X)$	$V(X)$	*Cas d'application*
Bernoulli $\mathcal{B}(p)$					
Géométrique $\mathcal{G}(p)$					
Uniforme $\mathcal{U}(\{1, \ldots, n\})$					
Poisson $\mathcal{P}(\lambda)$					
Binomiale $\mathcal{B}(n,p)$					

Partie III

Qu 18 : Compléter :

$\lim\limits_{x \to +\infty} \frac{\ln(x)}{x^2} =$ $\qquad$ $\lim\limits_{x \to 0} x.\ln(x) =$ $\qquad$ $\lim\limits_{x \to 0} \frac{e^x - 1}{x} =$

$\lim\limits_{x \to +\infty} \frac{e^x}{x} =$ $\qquad$ $\lim\limits_{x \to 0} \frac{\ln(1 + x)}{x} =$ $\qquad$ $\lim\limits_{x \to -\infty} x.e^x =$

Qu 19 : Soit f une fonction définie sur un intervalle I et $a \in I$.

f est dérivable en a si :

dans ce cas, sa dérivée f '(a) est définie par :

et l'équation de la tangente au point d'abscisse a est :

Qu 20 : Soit $n \in \mathbb{N}$ *et* $q \neq 1$. *Compléter :*

$\sum\limits_{k=0}^{n} k^2 =$ $\qquad$ $\sum\limits_{k=0}^{n} q^k =$

Qu 21 : Soit $q \in \mathbb{R}$. *La série* $\sum\limits_{n \in \mathbb{N}} nq^{n-1}$ *converge si et seulement si :*

Dans ce cas : $\sum\limits_{n=0}^{+\infty} nq^{n-1} =$

Qu 22 : Soit $(u_n)_{n \geq 1}$ une suite.
$(u_n)_{n \geq 1}$ est une suite géométrique si :

Dans ce cas : $\forall n \geq 1, u_n =$

Qu 23 : Soit $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$, $(v_n)_{n \in \mathbb{N}}$ et $(w_n)_{n \in \mathbb{N}}$ 3 suites. Enoncer le théorème d'encadrement.

Qu 24 : Soit f une fonction définie et dérivable sur un intervalle I.
Enoncé l'inégalité des accroissements finis (version valeurs absolues)

Qu 25 : Soit u une fonction de classe C^1 sur un intervalle I, qui ne s'annule pas.
Donner une primitive de :

a) $\dfrac{u'}{u}$ *b) $u'u^n$ ($n \in \mathbb{N}$)* *c) $\dfrac{u'}{\sqrt{u}}$ (si $u(x) > 0$ sur I)*

Qu 26 : Soit $a \in \mathbb{R}$. Quelles sont les solutions de l'équation différentielle $y' + a.y = 0$?

Qu 27 : Soit a et b deux réels, avec $a \neq 0$. Donner une solution de l'équation différentielle $y' + a.y = b$: