

Exercice 1

Déterminer une primitive des fonctions suivantes :

- a) $f(x) = e^{-3x}$ sur $\mathbb{R}$ b) $f(x) = \frac{1}{x^3}$ sur $]0; +\infty[$ c) $f(x) = (3x + 1)^4$ sur $\mathbb{R}$
 d) $f(x) = \frac{2x+1}{x^2+x}$ sur $]0; +\infty[$ e) $f(x) = \frac{4}{3-2x}$ sur $] \frac{3}{2}; +\infty[$ f) $f(x) = \frac{1}{(2x+1)^3}$ sur $] -\frac{1}{2}; +\infty[$.

Exercice 2

Calculer les intégrales :

$$I = \int_1^2 \frac{1}{x^5} dx \qquad J = \int_1^3 \frac{1}{x\sqrt{x}} dx \qquad K = \int_a^b (x-a) dx \text{ (a, b réels quelconques)}$$

$$L = \int_0^1 \sqrt{5-2x} dx$$

Exercice 3

Soit f la fonction définie sur $[-1;1]$ par : $f(x) = \begin{cases} e^{-x} & \text{si } -1 \leq x \leq 0 \\ \sqrt{x} & \text{si } 0 < x \leq 1 \end{cases}$. Calculer $I = \int_{-1}^1 f(x) dx$.

Exercice 4

Déterminer $I = \int_0^2 |x-1| dx$.

Exercice 5 (En plus)

Déterminer $I = \int_2^3 \frac{x}{(x-1)^2} dx$

Exercice 6

Calculer les intégrales : $I = \int_0^1 x \cdot e^{-2x} dx$ $J = \int_1^2 \frac{\ln(x)}{x^2} dx$.

Exercice 7

- 1) a) Déterminer 2 réels a et b tels que : $\forall x \in]0; +\infty[, \frac{1}{x(x+1)} = \frac{a}{x} + \frac{b}{x+1}$.
 b) Calculer l'intégrale $I = \int_0^1 \frac{dx}{e^x + 1}$ à l'aide du changement de variable $v = e^x$.
 2) A l'aide d'un changement de variable affine, calculer l'intégrale $J = \int_1^2 \frac{x^2}{1-2x} dx$

Exercice 8 (En plus)

On pose $J = \int_0^1 \frac{e^t \cdot \ln(1+e^t)}{1+e^t} dt$. A l'aide du changement de variable $u = 1 + e^t$, déterminer la valeur de J .

Exercice 9

On note, pour tout $n \in \mathbb{N}$, $I_n = \int_0^1 (1-x)^n e^{-2x} dx$.

- 1) Montrer que $\forall n \in \mathbb{N}$, $0 \leq I_n \leq \frac{1}{n+1}$. En déduire $\lim_{n \rightarrow +\infty} I_n$.
 2) Etudier les variations de la suite $(I_n)_{n \in \mathbb{N}}$
 3) a) Etablir que : $\forall n \in \mathbb{N}^*$, $2I_{n+1} = 1 - (n+1)I_n$.
 b) Déduire la limite de $n \cdot I_n$ lorsque n tend vers $+\infty$.
 c) En déduire un équivalent de I_n en $+\infty$.