

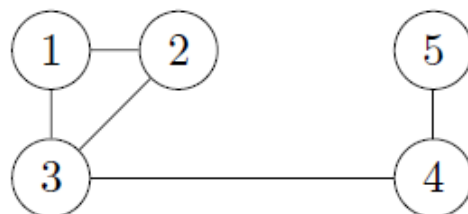
Exercice 1

- 1) a) On considère un graphe non orienté à n sommets. Combien d'arêtes possède-t-il au maximum ?
- b) Même question pour un graphe orienté (avec boucles possibles) à n sommets.
- 2) Montrer que, dans un graphe non orienté, le nombre de sommets de degré impair est toujours pair.

Exercice 2

On considère le graphe non orienté suivant :

1. Écrire la matrice d'adjacence A de ce graphe.
2. Combien de chemins de longueur 4 y a-t-il entre les sommets 1 et 4 ? Lister ensuite ces chemins.
3. Démontrer par le calcul que ce graphe est connexe.



Exercice 3

Dans un graphe, on appelle **distance** entre deux sommets la longueur du plus court chemin qui les joint.

L'**excentricité** d'un sommet est sa plus grande distance à un autre sommet.

Le **diamètre** d'un graphe est la plus grande excentricité, le **rayon** d'un graphe est la plus petite excentricité.

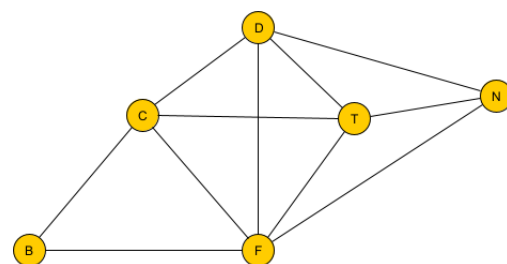
Les **centres** sont les sommets dont l'excentricité est égale au rayon.

Pour le graphe de l'exercice 2, déterminer le diamètre, le rayon et les centres.

Exercice 4

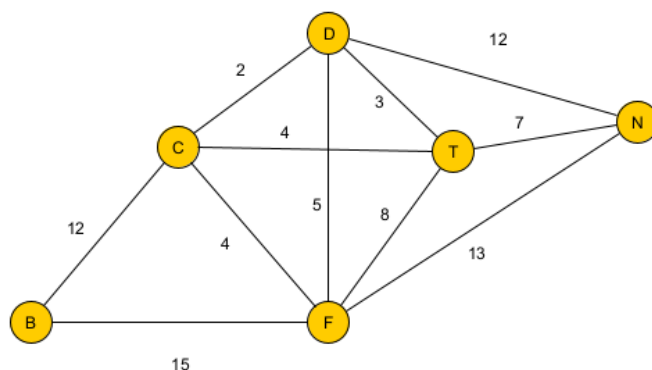
Un groupe d'amis organise une randonnée dans les Alpes.

On a représenté par le graphe ci-dessous les sommets B, C, D, F, T, N par lesquels ils peuvent choisir de passer. Une arête entre deux sommets coïncide avec l'existence d'un chemin entre les deux sommets.



- 1) Déterminer le degré de chacun des sommets.
- 2) Le groupe souhaite passer par les six sommets en passant une fois et une seule par chaque chemin. Démontrer que leur souhait est réalisable. Donner un exemple de trajet possible.

- 3) Le groupe se trouve au sommet B et souhaite se rendre au sommet N. Les distances en kilomètres entre chaque sommet ont été ajoutées sur le graphe. Indiquer une chaîne qui minimise la distance du trajet.



Exercice 5

Déterminer le degré de centralité et d'intermédiarité des autres sommets de l'exemple page 9 du cours.