Exercice 1

Une entreprise fabrique des boîtes dont certaines sont défectueuses. On suppose que la probabilité qu'une boîte soit défectueuse est égale à 2% et que les boîtes sont défectueuses ou non indépendamment les unes des autres. L'entreprise stocke ces boîtes par lot de 100.

Soit X le nombre de boites défectueuses dans un lot.

- 1) a) Déterminer la loi de X , son espérance et sa variance.
- b) On admet qu'on peut approcher X par une variable Y qui suit une loi de Poisson. Déterminer le paramètre de la loi, $E(Y)$ et $V(Y)$.
- 2) L'entreprise garantit que chaque lot ne contient pas plus de 3% de boites défectueuses. Estimer la probabilité pour que cette garantie tombe en défaut.

Exercice 2

On considère une suite $(X_n)_{n \geq 1}$ de variables aléatoires indépendantes, qui suivent toutes la loi de Poisson de paramètre 1. Pour tout $n \geq 1$, on pose $S_n = X_1 + \dots + X_n$.

- 1) Rappeler la loi de S_n , son espérance et sa variance.
- 2) Appliquer le théorème de la limite centrée à S_n , et en déduire que : $\lim_{n \rightarrow +\infty} P(S_n \leq n) = \frac{1}{2}$.

Exercice 3

Soit $\lambda > 0$. Soit $n \geq 2$. On considère n variables aléatoires $(X_1, \dots, X_n)$ indépendantes qui suivent la loi exponentielle de paramètre λ . On pose $M_n = \frac{X_1 + \dots + X_n}{n}$.

- 1) Déterminer l'espérance m et l'écart-type e_n de M_n en fonction de n .
- 2) Montrer que $P(m - e_n \leq M_n \leq m + e_n)$ admet une limite en $+\infty$ et exprimer sa limite à l'aide de $\Phi(1)$.

Exercice 4

On lance 720 fois un dé équilibré.

- 1) Soit X le nombre de six obtenus. Quelle est la loi de X ?
- 2) On admet qu'on peut approcher X par une variable Y qui suit la loi normale. Préciser les paramètres de cette loi.
- 3) Quelle est la probabilité qu'on obtienne au plus 135 six ?