Chapitre 5 : Probabilités – Feuille n°1

Exercice 1

Soit $n \geq 5$. On considère une urne contenant n boules : 3 rouges et $n - 3$ bleues.

1) On tire 2 boules simultanément.

Déterminer la probabilité de :

a) ne tirer que des boules rouges b) tirer au moins une boule rouge

2) Déterminer la valeur de ces probabilités si les tirages sont successifs et sans remise.

3) On tire maintenant trois boules, l'une après l'autre, en les remettant à chaque fois. Déterminer la probabilité de :

a) ne tirer que des boules rouges b) tirer exactement une boule bleue

c) tirer au moins deux boules bleues

Exercice 2

1) On lance 5 fois une pièce équilibrée. Quelle est la probabilité que "Pile" ne soit jamais suivi de "Face" ?

2) Même question si on lance n fois la pièce ($n \geq 3$).

Exercice 3

Un joueur lance un dé équilibré.

S'il obtient 1, il a gagné et le jeu s'arrête.

S'il obtient 2 ou 3, il a perdu et le jeu s'arrête.

S'il obtient 4, 5 ou 6, il relance le dé et le jeu continue.

Pour $k \geq 1$, on notera A_k l'événement "le joueur obtient 1 au k-ème lancer", B_k l'événement "le joueur obtient 2 ou 3 au k-ème lancer" et C_k l'événement "le joueur obtient 4, 5 ou 6 au k-ème lancer". On note également G_k l'événement "le jeu se poursuit pendant k lancers, et le joueur gagne au k-ème lancer" et G l'événement "le joueur gagne le jeu".

1) a) Pour $k \geq 1$, déterminer $P(G_k)$.

b) En déduire $P(G)$.

2) Déterminer la probabilité que le joueur perde le jeu.

3) En déduire la probabilité que le jeu continue indéfiniment.

Exercice 4

Une urne contient au départ 2 boules rouges et 3 boules vertes. On tire une première boule dans l'urne. Si la boule est rouge, on la peint en vert, et on la remet dans l'urne. Si la boule est verte, on la peint en rouge, et on la remet dans l'urne.

On tire ensuite une deuxième boule dans l'urne.

1) Quelle est la probabilité que cette boule soit rouge ?

2) Cette deuxième boule est verte. Quelle est la probabilité d'avoir tiré une première boule rouge ?

Exercice 5

Une information binaire (représentée par 0 ou 1) est transmise à l'intérieur d'une population.

Lors de la transmission d'une personne à une autre, l'information n'est pas modifiée avec une probabilité $\alpha \in]0;1[$. Avec la probabilité $1 - \alpha$, c'est l'information contraire qui est transmise. Au départ, c'est le nombre 1 qui est transmis.

Pour $n \in \mathbb{N}$, on note p_n la probabilité que le message après n transmissions soit le nombre 1.

On pose également $q_n = 1 - p_n$.

1) Exprimer p_{n+1} et q_{n+1} en fonction de p_n et q_n.

2) a) Exprimer p_{n+1} en fonction de p_n.

b) En déduire l'expression de p_n en fonction de n et la limite de la suite (p_n).

Qu'en pensez-vous ?