

Bibliothèques :

```
import numpy as np
import matplotlib.pyplot as plt
import numpy.random as rd
import pandas as pd
import numpy.linalg as al
```

1. Généralités

Afficher x	print(x)
Demander x	x = int(input('x =')) x=float(input('x ='))
Affecter y à x	x = y
Tester si $x = y, x \neq y, x \geq y, x \leq y$	x==y, x!=y, x >=y, x <=y
Si ... alors ...	If condition : instruction
Si ...alors ... sinon ...	If condition : instruction1 else : instruction2

Valeurs particulières : np.pi np.e

Listes

[0, ..., n-1]	L=range(n)
[n ₁ , ..., n ₂ - 1]	L=range(n ₁ , n ₂)
[n ₁ , n ₁ + h, n ₁ + 2h, ..., n ₂ - h]	L=range(n ₁ ,n ₂ ,h)
[a, ..., b], n valeurs avec un pas constant	L=np.linspace(a,b,n)
Liste vide	L = []
Liste définie par une expression	L = [expression for x in ...] L = [x for x in ... if ...]

Opérations sur les listes

- _ Ajouter x à la fin de L : **L.append(x)**
- _ Supprimer L(k) : **del L[k]**
- _ Concaténer deux listes : **L = L1+L2**
- _ **L[i]** est le coefficient n^oi de L (attention, l'indice du premier coefficient est 0 !).
- _ **L[i:j]** est la liste extraite des éléments d'indice entre i et j-1.
- _ tous les éléments : **L[:]**
- _ longueur d'une liste L : **len(L)**
- _ appartenance : **x in L** → True ou False
- _ **L.count(x)** : nombre d'occurrences de x dans L

Boucles :

Si nombre d'itérations connu à l'avance	for i in range(n): instruction
Si nombre d'itérations inconnu	while condition : instruction

Suites, sommes et produits :

	Initialisation	Dans la boucle
Compteur	$i = 0$	$i = i + 1$ ou $i += 1$
Suite récurrente $\begin{cases} u_0 \in \mathbb{R} \\ u_{n+1} = f(u_n) \forall n \in \mathbb{N} \end{cases}$	$u = u_0$	$u = f(u)$
Suites récurrentes d'ordre 2 $\begin{cases} u_0 \in \mathbb{R} \\ u_1 \in \mathbb{R} \\ u_{n+2} = f(u_n, u_{n+1}) \forall n \in \mathbb{N} \end{cases}$	$u = u_0$ $v = u_1$	$w = f(u, v)$ $u = v$ $v = w$
Somme $\sum_{k=1}^n u_k$	$s = 0$	$s = s + u_k$
Produit $\prod_{k=1}^n u_k$	$p = 1$	$p = p * u_k$

Avec une fonction :

Si $x = [x_0, \dots, x_{n-1}]$,

$\text{np.sum}(x)$ vaut $x_0 + \dots + x_{n-1}$

$\text{np.cumsum}(x)$ vaut $[x_0, x_0 + x_1, \dots, x_0 + x_1 + \dots + x_{n-1}]$

(1^{ers} termes de la suite des sommes partielles)

$\text{np.prod}(x)$ vaut $x_0 \times \dots \times x_{n-1}$

2. Fonctions

Définition d'une fonction :

```
def nomfonction(x) :  
    y = ...  
    return y
```

Fonctions usuelles :

```
abs          np.exp          np.log          np.sqrt
```

Dichotomie :

f continue et strictement monotone sur $[a;b]$. Soit $y_0 \in \mathbb{R}$. On admet que l'équation $f(x) = y_0$ admet une unique solution α sur $[a;b]$. Déterminer une valeur approchée de α à ε près.

```
a=... ; b=...  
while b - a > epsilon :  
    c = (a + b)/2  
    if f(c) > y0 :  
        b=c      # si f est croissante (sinon échanger)  
    else :  
        a=c  
print(a)      # ou b à la place de a
```

3. Courbes

Si x et y sont des listes de taille n :

`plt.plot(x,y)` trace la ligne brisée reliant les points $(x_i, y_i)_{1 \leq i \leq n}$.

`plt.scatter(x,y)` ou `plt.plot(x,y, '*')` tracent uniquement le nuage de points

`plt.show()` : Affiche le graphe

Courbe d'une fonction :

```
def f(x):          #définition de la fonction  
    return ...  
x = np.linspace(a, b, n) #subdivision (ou x=np.arange(a, b+h, h))  
y=[f(t) for t in x]    #images de la subdivision  
plt.plot(x,y)  
plt.show()
```

4. Matrices

Définir une matrice	<code>M=np.array([[..., ...],..., [... , ..]])</code>
Matrice nulle	<code>M = np.zeros((m,n))</code>
Matrice ne contenant que des 1	<code>M = np.ones((m,n))</code>
Matrice identité	<code>M = np.eye(n,n)</code>
Matrice avec 1 sur une parallèle à la diagonale (0 ailleurs)	<code>M = np.eye(n,n,i)</code>
i-ème ligne de M	<code>M[i]</code>
j-ème colonne de M	<code>M[:,j]</code>
Opérations coefficient par coefficient	<code>M* N, M / N, M ** n, ...</code>
Opérations sur les matrices	<code>np.dot(A, B)</code> <code>al.inv(A)</code> <code>al.matrix_power(A, n)</code>
Solution de $AX = B$	<code>X = al.solve(A, B)</code>
Transposée de M	<code>np.transpose(M)</code>
Rang de M	<code>al.matrix_rank(M)</code>
Valeurs propres et vecteurs propres de M	<code>al.eig(A)</code>

5. Probabilités

Si $p \in]0;1[$, `rd.random() < p` est un événement de **probabilité p**.

Loi	avec <code>rd.random()</code>	directement
$\mathcal{U}(\{n_1, \dots, n_2\})$		<code>x = rd.randint(n1,n2+1)</code>
$\mathcal{B}(p)$	<pre>if rd.random()<p : x = 1 else : x = 0</pre>	<code>x = rd.binomial(1,p)</code>
$\mathcal{B}(n,p)$	<pre>x= 0 for i in range(n) : if rd.random()<p : x = x + 1</pre>	<code>x = rd.binomial(n, p)</code>
$\mathcal{G}(p)$	<pre>x = 1 while rd.random()>p : x = x + 1</pre>	<code>x = rd.geometric(p)</code>
$\mathcal{P}(\lambda)$		<code>x = rd.poisson(lambda)</code>
$\mathcal{U}([0;1])$	<code>x=rd.random()</code>	
$\mathcal{U}([a;b])$	<code>x = a + (b - a)*rd.random()</code>	
$\mathcal{E}(\lambda)$	<code>x=-np.log(1-rd.random())/lamb</code>	<code>x=rd.exponential(1/lamb)</code>
$\mathcal{N}(0,1)$		<code>x = rd.normal(0,1)</code>
$\mathcal{N}(m, s^2)$		<code>x = rd.normal(m, s)</code>

n valeurs indépendantes : `rd.loi(paramètres, n)`

Matrices de valeurs indépendantes : `rd.loi(paramètres, [n,p])`

6. Statistiques

Statistiques à une variable (x est un vecteur ou df un tableau de données) :

Moyenne empirique : $\bar{x} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i$	np.mean(x) df.mean
Minimum, maximum	np.min(x), np.max(x)
Médiane	np.median(x) df.median()
Somme	np.sum(x)
Sommes "cumulées" ($x_1, x_1 + x_2, \dots, x_1 + \dots + x_n$)	np.cumsum(x)
Variance empirique : $V(x) = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2$	np.var(x) df.var()
Ecart-type empirique : $\sigma(x) = \sqrt{V(x)}$	np.std(x) df.std()
Etude générale de la série statistique	df.describe()
Par ligne ou colonne	np.mean(A,0) : moyenne par ligne np.mean(A,1) : moyenne par colonne idem pour min, max, sum, ... df['NomColonne']

Diagramme en barres : Si x contient les valeurs prises et y les effectifs,

plt.bar(x, y) trace le diagramme en barres des modalités x avec les effectifs (ou fréquences) y.

Histogramme : si x est un vecteur, n un entier, et y un vecteur de réels dans l'ordre croissant

plt.hist(x,y) trace l'histogramme avec les classes définies par y.

plt.hist(x,n) trace l'histogramme avec n classes régulières entre le minimum et le maximum

Boite à moustache (ou boite de Tukey)

plt.boxplot(x)

Statistiques à deux variables (x et y sont deux vecteurs de même taille) :

Covariance : $cov(x, y) = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y})$	np.cov(x,y)[0,1]
--	------------------

Méthode de Monte-Carlo

Soit $(X_n)_{n \geq 1}$ une suite de variables aléatoires indépendantes de même loi, d'espérance m, et qui admettent une même variance.

Alors $\bar{X}_n = \frac{X_1 + \dots + X_n}{n}$ est un estimateur de m.

D'après la loi faible des grands nombres, \bar{X}_n converge "en probabilité" vers m.

On peut utiliser **np.mean** pour calculer la moyenne.