

Soutien ECG2
Vendredi 18 Octobre 2024

Exercice 1

Soit la suite (u_n) définie par : $u_0 = 0$ et $\forall n \in \mathbb{N}, u_{n+1} = \sqrt{u_n + 1}$.

On admet que l'équation $\sqrt{x+1} = x$ admet une solution r et que : $\forall n \in \mathbb{N}, |u_n - r| \leq \frac{1}{2^{n+1}}$.

Ecrire un programme Python qui détermine une valeur approchée de r à 10^{-9} près.

Exercice 2

Résoudre le système suivant, en discutant suivant la valeur du paramètre m :

$$\begin{cases} x + y + m.z = 0 \\ x + m.y + z = 0 \\ m.x + y + z = 0 \end{cases}$$

Exercice 3

1) Déterminer les polynômes P de $\mathbb{R}_3[X]$ tels que $P(X+1) - P(X) = X^2$.

2) A l'aide de la question 1, retrouver l'expression de $\sum_{k=0}^n k^2$ en fonction de n ($n \in \mathbb{N}$).

Exercice 4

Un sauteur en hauteur tente de franchir, dans cet ordre, des hauteurs successives numérotées 1, 2, 3...

Pour tout $k \in \mathbb{N}^*$, la probabilité de franchir la hauteur k est $1/k$ et le sauteur est éliminé à son premier échec.

Soit X la variable aléatoire égale au numéro du dernier saut réussi.

1) Déterminer la loi de X .

2) Montrer que $X+1$ admet une espérance et déterminer $E(X+1)$.

En déduire que X admet une espérance et déterminer $E(X)$.

Exercice 5

Soit X une variable aléatoire de loi binomiale $\mathcal{B}(n, p)$. On pose $Y = 2^X$.

Montrer que $E(Y) = (1+p)^n$.