

T.D. d'informatique n°1 : Sommes et produits

Dans tout ce T.D., on utilisera : `import numpy as np`

Exercice 1

Soit (S_n) la suite définie par : $\forall n \geq 1, S_n = \sum_{i=1}^n \frac{1}{i^2}$.

1) Ecrire un programme qui demande un entier n à l'utilisateur, puis calcule la valeur de S_n , à l'aide d'une boucle.

b) En déduire la valeur de S_{100} .

c) Ecrire un programme similaire, en utilisant `np.sum`.

2) Déterminer la première valeur de n pour laquelle $\left| S_n - \frac{\pi^2}{6} \right| \leq 10^{-4}$.

Remarque : On sait que la série $\sum_{i \geq 1} \frac{1}{i^2}$ converge (car $2 > 1$). On peut montrer que $\sum_{i=1}^{+\infty} \frac{1}{i^2} = \frac{\pi^2}{6}$ (mais ce n'est pas au programme).

Exercice 2

Pour $n \geq 1$, on pose $T_n = \sum_{k=1}^n \frac{(-1)^{k+1}}{k}$.

Déterminer le premier entier n pour lequel $|T_n - \ln(2)| \leq 10^{-3}$

Exercice 3

Déterminer la valeur de $P = \prod_{k=1}^{100} \left(1 + \frac{1}{k^2}\right)$ de deux manières différentes.

Exercice 4

Déterminer le premier entier n tel que $n! > 10^6$.

Exercice 5 – Exercice en plus

Rappel : Soit $n \in \mathbb{N}^*$.

Après avoir écrit `from random import randint`, l'instruction `x=randint(1, n)` permet de simuler une variable aléatoire qui suit la loi $\mathcal{U}([1;n])$.

Ecrire un programme qui choisit un entier au hasard entre 1 et 100, puis demande à l'utilisateur de le deviner. A chaque étape, le programme indiquera s'il est plus grand ou plus petit que le nombre proposé. Le programme s'arrêtera quand l'utilisateur a trouvé le nombre. (Variante : A la fin, afficher le nombre de coups nécessaires)