

Dans tout le TD :

```
import numpy as np
import matplotlib.pyplot as plt
```

Exercice 1

```
def f(x):
    return np.log(1+x)/np.exp(x)
```

```
def suite(n):
```

```
    u=2
```

```
    for i in range(n):
```

```
        u=np.log(1+u)
```

```
    return u
```

⇒ On trouve suite(5) = 0.3654969751134523

```
def factorielle(n):
```

```
    p=1
```

```
    for i in range(1,n+1):
```

```
        p=p*i
```

```
    return p
```

```
def repart(lambd,n):
```

```
    s=0
```

```
    for k in range(n+1):
```

```
        s=s+lambd**k/factorielle(k)*np.exp(-lambd)
```

```
    return s
```

→ repart(2,5) renvoie : 0.9834364

Si $X \rightarrow \mathcal{P}(\lambda)$ alors repart renvoie $\sum_{k=0}^n P(X = k) = P(X \leq n)$, c'est-à-dire la fonction de répartition de X .

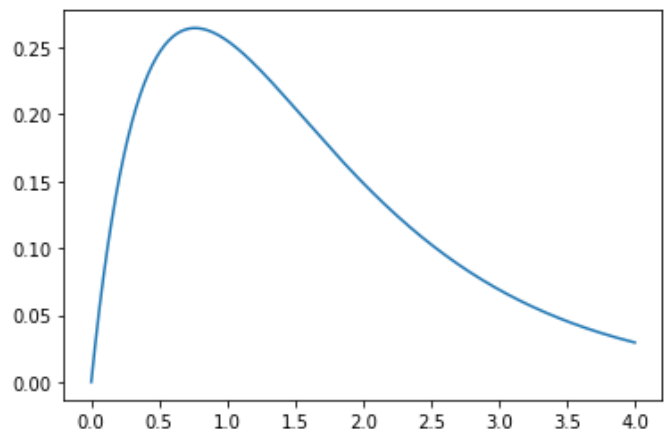
Exercice 2

```
X=np.arange(0,4.01,0.01)
```

```
Y=[f(t) for t in X]
```

```
plt.plot(X,Y)
```

```
plt.show()
```



Exercice 3

```
u=1
```

```
suite=[u]
```

```
for i in range(1,51):
```

```
    u=u**2-u**3/3
```

```
    suite.append(u)
```

```
n=range(51)
```

```
plt.plot(n,suite,'*')
```

```
plt.show()
```

```
s=np.cumsum(suite)
plt.plot(n,s,'*')
```

(u_n) semble être décroissante et converger vers 0.

La série $\sum u_k$ semble convergente, et $\sum_{k=1}^{+\infty} u_k \approx 2,1$

Exercice 4

```
a=1;b=2
while b-a>10**(-4):
    c=(a+b)/2
    if np.exp(c)-c-2>0 :
        b=c
    else:
        a=c
print(a)
On trouve  $x_0 \approx 1.1461792$ 
```

Exercice 5

```
1)
def phi(x):
    return np.log(x)-np.log(x+1)+1/x

x=np.arange(0.33,0.5,0.01)
y=[phi(t) for t in x]
plt.plot(x,y);
z=[1 for t in x]
plt.plot(x, z)
plt.show()
On trouve  $\alpha \approx 0.466$ 

2) a=1/3;b=1/2
while b-a>10**(-3):
    c=(a+b)/2
    if phi(c)>1:
        a=c
    else :
        b=c

print(a,b)
On trouve  $0.4654948 \leq \alpha \leq 0.4661458$ 
```

Exercice 6 (En plus)

```
1) X=np.arange(-1,3.01,0.01)
Y=[f(t) for t in X]
plt.grid()
plt.plot(X,Y)
plt.plot(X,X)
plt.show()

2) Si  $(u_n)$  converge, alors elle converge vers un point fixe de f.
Or les deux points fixes de f sont 0 et 2 (intersection courbe et droite d'équation  $y = x$ ) : ce sont les deux seules limites finies possibles pour la suite  $(u_n)$ .
```

```

3)
ua=1
u=[1]
for i in range(1,10):
    ua=f(ua)
    u.append(ua)
print(u)

a=[u[0],u[0],u[1],u[1],u[2],u[2],u[3],u[3],u[4],u[4]]
b=[u[0],u[1],u[1],u[2],u[2],u[3],u[3],u[4],u[4],u[5]]
plt.plot(a,b)
plt.show()

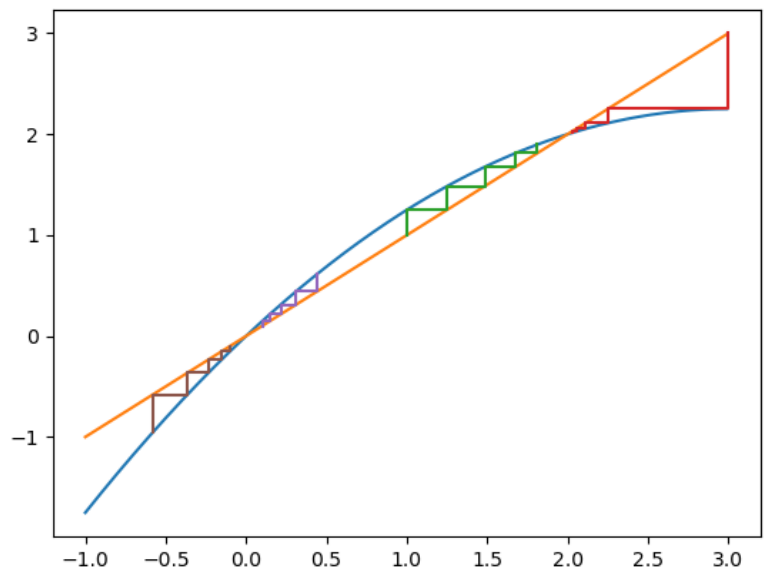
```

Pour $u_1 = 1$, la suite semble être croissante et converger vers 2.

Pour $u_1 = 0,1$ également.

Pour $u_1 = 3$, la suite semble être décroissante et converger vers 2.

Pour $u_1 = -0,1$, la suite semble décroissante et tendre vers $-\infty$.



5) Pour $f(x) = \frac{2}{x+1}$: un point fixe : 1

(u_n) n'est pas monotone : elle passe alternativement à gauche et

à droite de 1 et semble tendre vers 1.

k

