# T.D. n°4 Simulation de V.A.R. discrètes

Dans tout ce T.D., on utilisera : `import numpy.random as rd`

**Exercice 1**
Une pièce truquée est telle que la probabilité de faire pile est égale à 0,7. Ecrire un programme qui simule le lancer d'une pièce (le résultat sera une variable qui contient 'P' ou 'F').

**Exercice 2**
Une urne contient 2 boules rouges et 3 boules vertes. On effectue dans cette urne 10 tirages successifs avec remise. Soit X le nombre de boules rouges obtenues.
Ecrire un programme qui simule cette expérience aléatoire et affiche la valeur de X, en utilisant une boucle.

**Exercice 3**
Soit $p \in ]0;1[$ et X une V.A.R. sur un univers $\Omega$ qui suit la loi géométrique de paramètre p.
On pose $q = 1 - p$. On définit la V.A.R. Y par : $\forall \omega \in \Omega,\ Y(\omega) = \begin{cases} X(\omega) \text{ si } X(\omega) \text{ est impair} \\ \dfrac{X(\omega)}{2} \text{ si } X(\omega) \text{ est pair} \end{cases}$.
1) Ecrire un programme Python qui simule la loi de X, p étant donné par l'utilisateur (sans utiliser `rd.geometriq`).
2) Compléter le programme afin qu'il simule la loi de Y.
(Aide : si `m` et `n` sont des entiers, `n % m` calcule le reste de la division euclidienne de `n` par `m`)

**Exercice 4**
Une urne contient quatre boules : une bleue, une rouge et deux vertes.
On tire une boule au hasard.
On définit une variable `boule` qui vaudra 'B' si on tire une bleue, 'R' si on tire une rouge et 'V' si on tire une verte.
Compléter le programme suivant pour qu'il simule le tirage de cette boule et affiche la valeur de la variable `boule` :
```
hasard = rd.randint(0,4)
…
```

**Exercice 5**
Soit $n \geq 3$. On considère n boules numérotées de 1 à n.
On tire deux boules successivement et avec remise. On note X le numéro de la première boule et Y le numéro de la deuxième.
Soit U le plus petit numéro tiré et V le plus grand.
Ecrire un programme qui demande un entier n à l'utilisateur, simule cette expérience aléatoire et affiche les valeurs de X, Y, U et V.

**Exercice 6**
On simule les lancers d'un dé équilibré. Soit X le numéro apparu.
1) Simuler le lancer du dé et afficher le résultat.
2) A l'aide d'une boucle, simuler et afficher le résultat de 10 lancers de dés.
3) Compléter ce programme pour qu'il affiche le nombre de 3 apparus, et la fréquence d'apparition du 3. Comparer la fréquence avec $P(X = 3)$.
4) Augmenter le nombre de lancers (100, 1000, …). Que peut-on remarquer ?

**Exercice 7**

Soit Y une variable aléatoire discrète à valeurs dans $\mathbb{N}$ telle que : $\forall$ n $\in$ $\mathbb{N}$, $P(Y = n) = \left(1 - \frac{1}{e}\right)e^{-n}$

a) Montrer que la variable aléatoire Y + 1 suit une loi géométrique dont on précisera le paramètre.
b) Recopier et compléter le programme ci-dessous pour qu'il simule la variable aléatoire Y :

```
u=rd.random();y = …
while    …    :
      …
      …
print(y)
```

**Exercice 8 (D'après EML 2009)**

Une urne contient des boules blanches et des boules noires. La proportion de boules blanches est 1/4 et la proportion de boules noires est 3/4.
On effectue des tirages successifs avec remise et on s'arrête dès que l'on a obtenu au moins une boule blanche et au moins une boule noire.
On note X la variable aléatoire égale au nombre de tirages effectués.
On note Y la variable aléatoire égale au nombre de boules blanches obtenues.
On note Z la variable aléatoire égale au nombre de boules noires obtenues.
Ainsi, on peut remarquer que la probabilité de l'événement $(Y = 1) \cup (Z = 1)$ est égale à 1.
On décide de coder l'événement <obtenir une boule blanche > par 1 et l'événement
< obtenir une boule noire > par 0.
Compléter le programme suivant, pour qu'il affiche les valeurs de X, Y et Z après cette expérience aléatoire. (On rappelle que | signifie "ou").

```
x=0; y=0; z=0;
while … or … :
    x = …
    if   …  :
       boule=1
    else :
       boule=0
    if boule==1 :
          …
    else:
          …
print('x vaut ',x);print('y vaut ',y);print('z vaut ',z);
```

**Exercice en plus : Loi hypergéométrique**

On considère une urne contenant 50 boules, dont 20 boules blanches et 30 boules rouges. On tire successivement et sans remise 15 boules de l'urne. Soit X le nombre de boules blanches tirées.
1) Déterminer la loi suivie par X.
2) On décide d'écrire un programme pour simuler cette expérience aléatoire.
On décide de noter :
`N` : le nombre de boules restant dans l'urne au moment du tirage
`Nb` : le nombre de boules blanches restant dans l'urne au moment du tirage.
On utilisera la variable `boule`, qui vaut `'B'` si on tire une boule blanche et `'R'` sinon.
a) Exprimer, en fonction de `N` et `Nb` la probabilité de tirer une boule blanche à un tirage.
b) Ecrire un programme qui simule la loi de X.