

Exercice 1

Résoudre à l'aide de Python le système :
$$\begin{cases} 2x + y + 5z = -10 \\ -x - y + 3z = -12 \\ 5x - 2y + 4z = -4 \end{cases}$$

Exercice 2

Soit $p \geq 3$. Dans $\mathcal{M}_p(\mathbb{R})$, on définit les matrices :

$$A_p = \begin{pmatrix} 0 & 1 & \dots & \dots & 1 \\ 1 & 0 & 1 & \dots & \dots \\ \dots & 1 & 0 & 1 & \dots \\ \dots & \dots & 1 & 0 & 1 \\ 1 & \dots & \dots & 1 & 0 \end{pmatrix}$$

$$\text{et } B_p = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & \dots & 0 \\ 1 & 0 & 1 & \dots & \dots \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ \dots & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & \dots & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}$$

(0 sur la diagonale, 1 en dehors)

(1 sur les deux parallèles les plus proches de la diagonale, 0 sinon)

1) a) Ecrire une fonction d'en-tête **def A(p)**: qui, à un entier p associe la matrice A_p .

b) Ecrire une fonction d'en-tête **def B(p)**: qui, à un entier p associe la matrice B_p .

2) Les matrices A_p et B_p commutent-elles ?

3) A l'aide de Python, quelles semblent être les valeurs propres de A_p , et la dimension des sous-espaces propres correspondants ?

4) A l'aide de Python, pour quelles valeurs de p la matrice B_p semble-t-elle inversible ?
(Remarque : une matrice non inversible est parfois appelée matrice singulière)

5) On prend ici $p = 3$.

a) Conjecturer l'expression de B_3^n en fonction de n .

b) Démontrer cette conjecture.

Exercice 3 – En plus

Voici les coefficients Ecricome 2025 :

Ecoles	Français	LVa	LVb	Philo	Math. 1	ESH	Points
KEDGE	2	5	4	6	6	7	30
MONTPELLIER BS	4	6	3	5	6	6	30
NEOMA (Rouen/Reims)	2	5	3	5	6	9	30
RENNES School of Bus.	4	6	4	5	6	5	30
EM STRASBOURG	3	6	4	4	6	7	30

Un étudiant a eu 12 en ESH, mais n'a pas communiqué ses autres notes. Ces notes sont toutes des nombres entiers.

Voici ses moyennes aux différentes écoles (arrondies au centième) :

Kedge : 11, Montpellier : 11.03, Néoma : 11.1, Rennes : 10.93, Strasbourg : 11

Déterminer les notes de cet étudiant aux différentes épreuves.