

Exercice 1

$$\begin{aligned} \text{cov}(x, y) &= \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y}) = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (x_i y_i - x_i \bar{y} - \bar{x} y_i + \bar{x} \bar{y}) \\ &= \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i y_i - \bar{y} \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i - \bar{x} \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n y_i + \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \bar{x} \bar{y} = \overline{xy} - \bar{y} \bar{x} - \bar{x} \bar{y} + \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \bar{x} \bar{y} = \overline{xy} - \bar{x} \bar{y} \end{aligned}$$

Exercice 2

2) `plt.plot(X,Y,'*')`

`plt.show()`

Les points ne sont pas alignés, on reconnaît plutôt une courbe exponentielle

3) a) `Z=np.log(Y)`

`plt.plot(X,Z,'*')`

Cette fois-ci les points sont presque alignés.

b) Covariance :

`c=np.cov(X,Z)[0,1]*99/100`

`print(c)` (On trouve environ 1,75)

`correl=c/(np.std(X)*np.std(Z))`

`print(correl)` (On trouve environ 0,999..., il y a donc une excellente corrélation !)

`a=c/np.var(X)`

`b=np.mean(Z)-a*np.mean(X)`

`print('a =',a)`

`print('b = ',b)`

`plt.plot(X,a*X+b)`

`plt.show()`

On trouve : $a \approx 1,98$ $b \approx -0,0012$

$Z \approx aX + b$ $\ln(Y) \approx aX + b$ $Y \approx e^{aX+b} = e^b e^{aX} = \lambda e^{aX}$ avec $\lambda \approx 0,9957...$