

T.D. n°9 Récapitulatif : 13 exercices à savoir faire en Python

On utilisera dans ce T.D.

```
import numpy as np
import numpy.linalg as al
import numpy.random as rd
import matplotlib.pyplot as plt
```

1) Ecrire un programme qui demande un entier n à l'utilisateur, puis qui calcule et affiche $S_n = \sum_{k=1}^n \frac{1}{1+k}$.

2) Soit $(u_n)_{n \geq 1}$ la suite définie par : $\begin{cases} u_1 = 2 \\ \forall n \geq 1, u_{n+1} = u_n - \ln(u_n) + 1 \end{cases}$

a) Ecrire une fonction suite qui à un entier n associe u_n .

b) Ecrire un programme qui détermine et affiche la première valeur de n telle que $|u_n - e| \leq 10^{-4}$.

c) En plus : Représenter graphiquement les valeurs $(u_1, \dots, u_{15})$.

3) Soit (u_n) la suite définie par : $\begin{cases} u_0 = 1 \\ u_1 = -2 \\ \forall n \in \mathbb{N}, u_{n+2} = u_{n+1} - 3u_n \end{cases}$

Compléter le programme suivant afin qu'il calcule la valeur de u_{10} :

```
u_a=1
u_b=-2
for i in range(9):
    temp=_____
    u_a=_____
    u_b=_____
print(_____)
```

4) Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par : $f(x) = e^x + 3x$.

Tracer la courbe de f sur l'intervalle $[0 ; 1]$.

5) On considère la même fonction.

On admet que f est croissante sur $\mathbb{R}$ et que l'équation $f(x) = 3$ admet une unique solution $\alpha \in [0;1]$.

Ecrire un programme Python qui détermine une valeur approchée de α à 10^{-4} près.

6) Ecrire une fonction `extraitle(L,x)` qui, à une liste L et un réel x associe une liste qui contient seulement les éléments de L qui sont inférieurs ou égaux à x .

7) A l'aide de la fonction `al.matrix_rank`, écrire une fonction `valeurpropre(A,x)`, qui, à une matrice A et un réel x , associe `True` si x est valeur propre de A , et `False` sinon.

Tester par exemple votre fonction avec $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$ et $x = 0$, puis 1 .

8) Une urne contient 2 boules rouges, 3 boules vertes. On tire une boule.

La variable `boule` doit contenir 'R' si la boule est rouge, 'V' si la boule est verte. Ecrire la ligne qui simule le tirage d'une boule.

9) On considère une pièce dont la probabilité de faire pile est $1/3$.

On lance 10 fois cette pièce et on note X le nombre de piles obtenus.

Si X est égal à k , on place dans une urne des boules numérotées de 0 à k , puis on tire une boule au hasard.

Soit Y le numéro de la boule tirée.

Ecrire un programme Python qui simule la loi de X et la loi de Y .

10) On considère une pièce dont la probabilité de faire pile est $1/4$. On lance cette pièce jusqu'à faire pile.

Soit X le nombre de faces obtenus. Simuler la loi de X de deux manières différentes.

11) a) Soit X une variable aléatoire qui suit la loi de Bernoulli de paramètre $p = \frac{1}{2}$.

On pose $Y = 2X - 1$. Déterminer la loi de Y .

b) Compléter ce programme en Python pour qu'il simule une variable aléatoire qui prend les valeurs 1 et -1 avec équiprobabilité :

```
x=rd.binomial(...,...)
```

```
y=...
```

12) On a montré en exercice que la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = \begin{cases} 0 & \text{si } x < 1 \\ \frac{2}{x^3} & \text{si } x \geq 1 \end{cases}$ est une densité de probabilité.

On a montré si une variable aléatoire X admet f pour densité, alors $Y = \ln(X)$ suit la loi exponentielle de paramètre 2.

Ecrire un programme Python qui simule la loi de X .

13) Soit `x = rd.normal(0,1,1000)`

a) Déterminer le minimum, le maximum, la moyenne, la médiane, la variance et l'écart-type de x .

b) Tracer l'histogramme de x pour les classes $[-3, -2[$, $[-2, -1[$, ..., $[2, 3]$