ECG2 : Devoir Surveillé n°1
Jeudi 07 Septembre 2023

Nom : Prénom :

Partie I

Qu 1 : Soit (S) un système linéaire triangulaire de n équations à n inconnues.
A quelle(s) condition(s) S est-il un système de Cramer ?

Qu 2 : Soit A et B $\in M_p(\mathbb{R})$*. Formule du binôme de Newton, avec les conditions :*

Qu 3 : Soit F une partie de $\mathbb{R}^n$*. F est un sous-espace vectoriel de* $\mathbb{R}^n$ *si :*

Qu 4 : Soit $X_1, \ldots, X_p$ *des vecteurs de* $\mathbb{R}^n$ $(p \geq 2)$.

_ (X_1) *forme une famille libre si :*

_ (X_1, X_2) *forment une famille libre si :*

_ $(X_1, \ldots, X_p)$ *forment une famille libre si :*

Qu 5 : Soit f une application linéaire de $\mathbb{R}^n$ *vers* $\mathbb{R}^p$.
Alors (définition) :
Ker f =

Qu 6 : Soit f une application linéaire de $\mathbb{R}^n$ *vers* $\mathbb{R}^p$.
Soit $(e_1, \ldots, e_n)$ *une base de* $\mathbb{R}^n$*. Alors :*

Im f =

Qu 7 : Soit f une application linéaire de $\mathbb{R}^n$ *vers* $\mathbb{R}^p$*, de noyau Ker(f) et d'image Im(f).*
Alors f injective $\Leftrightarrow$
f surjective $\Leftrightarrow$

Qu 8 : Soit f une application linéaire de $\mathbb{R}^n$ *dans lui-même. Soit A* $\in \mathcal{M}_n(\mathbb{R})$ *sa matrice associée.*
f est bijective si et seulement si :
_ *la matrice A est ….*
_ *le système AX = B* $(B \in \mathcal{M}_{n,1}(\mathbb{R}))$ *…*

Partie II

Qu 9 : Compléter le tableau suivant :

Loi	$X(\Omega)$	$P(X = k)$	$E(X)$	$V(X)$	*Cas d'application*
Bernoulli $B(p)$					
Uniforme $U(\{1, \ldots, n\})$					
Poisson $P(\lambda)$					
Binomiale $B(n,p)$					
Géométrique $G(p)$					

Qu 10 : Soit $(A_1, \ldots, A_p)$ *p événements dans un univers* Ω.
$(A_1, \ldots, A_p)$ *forment un système complet d'événements si :*

Qu 11 : Soit $A_1, \ldots, A_n$ *des événements. Formule des probabilités composées :*

Qu 12 : Soit X *une variable aléatoire à valeurs dans* $\mathbb{N}$. *Soit* g *une fonction de* $\mathbb{N}$ *dans* $\mathbb{R}$.
Soit $Y = g(X)$. *A quelle condition* $E(Y)$ *existe-t-elle ? Quelle est alors sa valeur ?*

Qu 13 : Soit X *une V.A.R. discrète qui admet une espérance et une variance. Soit* a *et* $b \in \mathbb{R}$.
Espérance et variance de $Y = aX + b$ *?*

Qu 14 : Soit X une V.A.R. discrète, qui admet une espérance et une variance. Formule de Huygens ?

Partie III

Qu 15 : Compléter (sans justification) :

$\lim\limits_{x \to +\infty} \dfrac{e^x - 1}{x} =$ $\qquad \lim\limits_{x \to -\infty} \dfrac{e^x - 1}{x} =$ $\qquad \lim\limits_{x \to 0} \dfrac{e^x - 1}{x} =$

$\lim\limits_{x \to 0} \dfrac{\ln(1 + x)}{x} =$ $\qquad \lim\limits_{x \to +\infty} \dfrac{\ln(1 + x)}{x} =$ $\qquad \lim\limits_{x \to +\infty} xe^{-x} =$

Qu 16 : Soit f une fonction définie sur un intervalle I et $a \in I$.

f est continue en a si :

f est dérivable en a si :

Qu 17 : Soit f une fonction définie sur un intervalle I. Enoncer le théorème de la bijection - ou corollaire du théorème des valeurs intermédiaires - version application réciproque.

Dans ce cas, propriétés de l'application réciproque ? (continuité, variations, courbe)

Qu 18 : Soit f une fonction définie et dérivable sur un intervalle [a;b] ($a \leq b$).
Enoncé l'inégalité des accroissements finis (version sans valeurs absolues)

Qu 19 : Soit $(u_n)_{n \geq 1}$ une suite.
$(u_n)_{n \geq 1}$ est une suite arithmétique si :

Dans ce cas : $\forall n \geq 1, u_n =$

Qu 20 : Soit $n \in \mathbb{N}$ et $q \in \mathbb{R}$. Compléter :

$\sum\limits_{k=0}^{n} k =$ $\qquad \sum\limits_{k=0}^{n} q^k =$

Qu 21 : Soit $q \in \mathbb{R}$. La série $\sum_{n \in \mathbb{N}} n(n-1)q^{n-2}$ converge si et seulement si :

Dans ce cas : $\sum_{n=0}^{+\infty} n(n-1)q^{n-2} =$

Qu 22 : Soit $x \in \mathbb{R}$. La série $\sum_{n \in \mathbb{N}} \frac{x^n}{n!}$ converge pour tout $x \in$...

Dans ce cas : $\sum_{n=0}^{+\infty} \frac{x^n}{n!} =$

Qu 23 : Soit u une fonction de classe C^1 sur un intervalle I, qui ne s'annule pas.
Donner une primitive de :

a) $u'.u$ *b) $\frac{u'}{u}$* *c) $\frac{u'}{u^2}$*

Qu 24 : Soient u et v deux fonctions définies sur un intervalle I et $a, b \in I$. Formule d'intégration par parties (avec les hypothèses) :

Qu 25 : Soit a et b deux réels.
Quelles sont les solutions de l'équation différentielle $y'' + ay' + by = 0$?